

Come si vede il programma non solo scopre le ampiezze delle tre armoniche, ma riporta anche le tre fasi giuste misurate in maniera standard.

A questa combinazione potremmo sommare un trend lineare e/o una componente random.

‘Tabelliamo’ la funzione aggiungendo  $0.5 t$  a 100 e alle tre funzioni del seno:

$$Y_t = N[\text{TABLE}[100 + 4 \sin[(2/21 t) 2\pi - \pi/2] + 3 \sin[(4/21 t) 2\pi - 0] + 6 \sin[(5/21 t) 2\pi - 1.745] + 0.5 t, \{t, 21\}].$$

Dal grafico dell’ampiezza si notano tre impulsi corrispondenti alle armoniche di partenza lungo un ramo iperbolico discendente. Si può scegliere di confrontare i dati Tabellati  $y_{g1}$  iniziali con la combinazione di armoniche di Fourier ( $v$ ) applicato ancora a  $y_{g1}$  ( $y_t = y_{g1}$ ) nel “Segmento scelta vettore per Fourier”, ovvero prima si detrendizzano i dati iniziali  $y_{g1}$  liberando nel segmento delle regressioni il calcolo dei coefficienti  $B_0$  e  $B_i$  della retta interpolante, trovando  $y_{g2}$  che inseriremo in  $y_{gf}$  nel segmento relativo al grafico da confrontare con Fourier. Calcolo automatico di  $m$ . Nel “Segmento scelta vettore per Fourier” si pone  $y_{g2}$  in  $y_t$  e nella formula dell’errore. Si confrontano poi  $y_{g2}$  con la combinazione di armoniche di Fourier  $v$  su  $y_{g2}$ . Possiamo aggiungere alla precedente espressione una componente random; si detrendizzano i dati ( $y_{g2}$ ) e fa il confronto con la combinazione di Fourier su dati detrendizzati ( $y_t = y_{g2}$ ), ritrovando le tre pulsazione 2, 4, 5 con le relative ampiezze. La cosa si fa ancora più evidente nell’esempio N.2.

**Esempio N.2** – Come nell’esempio prima parte. Si abbia  $Y_t = N[\text{TABLE}[\sin[(30/256 t) 2\pi] + 0.05 t + (\text{Random}[-1/2, \{t, 256\}]] N$ .

Si utilizza il vettore originale  $y_{g1}$  in  $y_{gf}$  e su di esso si applica Fourier ottenendo  $v$ . Si confrontano  $y_{gf}$  e  $y_{gf1}$ . Elimino dall’argomento di TABLE la componente casuale, appiattendolo le rugosità. Come si vede Fourier ‘sente’ oltre alle oscillazioni, anche il trend (sovrapponendo un ramo di iperbole discendente) e la componente casuale.

**Esempio N.3** – Si opera come nell’Esempio N.2. Come accennato precedentemente, vediamo come si comporta Fourier applicato a dati ricavati da funzioni del coseno. Si abbia:

$$Y_t = 100 + \sum_k A_k \cos[(k/21 t) 2\pi - \varphi_k] \quad n=T=21 \quad k=1, 2, \dots, (n-1)/2$$

$$K=2 \quad A_2=4 \quad \varphi_2 = \pi/2$$

$$K=4 \quad A_4=3 \quad \varphi_4 = 0$$

$$K=5 \quad A_5=6 \quad \varphi_5 = 100^\circ = 1.745 \text{ rad}$$

La serie di dati si ottiene con l’istruzione:

$$y_t = N[\text{Table}[100 + 4 \cos[(2/21 t) 2\pi - \pi/2] + 3 \cos[(4/21 t) 2\pi + 0] + 6 \cos[(5/21 t) 2\pi - 1.745], \{t, 21\}]]$$

Risultati :

$$a_k \rightarrow 0, \quad 0, \quad 0, \quad 3, \quad -1.03994, \quad 0, \quad 0, \quad 0, \quad 0, \quad 0$$

$$b_k \rightarrow 0, \quad -4, \quad 0, \quad 0, \quad 5.90919, \quad \dots$$

$$A_k \rightarrow 0, \quad 4, \quad 0, \quad 3, \quad 6, \quad \dots$$

$$\varphi_k \rightarrow 0, \quad 0, \quad 0, \quad 90, \quad 350.019, \quad \dots$$

(per la terza armonica, ragionando in gradi:  $-100+360=260$  fase di partenza. Si aggiunga  $90\dots$ )

Come si vede le fasi risultanti corrispondenti alla seconda, quarta e quinta armonica, sono aumentati di  $\pi/2$ , perchè in effetti Fourier “sente” i coseni come seni. Naturalmente il lettore può pensare tutti gli esempi che vuole per sottoporli al programma.