

fasi. Così se ‘tabelliamo’ una funzione del coseno per ottenere una serie di dati temporali su cui applicare Fourier, es.,  $4 \cos[(3/21t) 2\pi - \pi/2]$  ( $k=3 \rightarrow$  tre cicli in 21 dati), il programma riporta come fase  $0^\circ$  e non  $-90^\circ$ , perché “scopre” non quel coseno, ma il seno corrispondente che ha fase  $0^\circ$ . Infatti  $\cos[\omega t - \pi/2] = \sin[\omega t - \pi/2 + \pi/2]$  ed è quest’ultima la funzione “stanata” da Fourier. In generale comunque prima di prendere, come fornitrici di dati, combinazioni lineari di funzioni per ‘testare’ lo strumento e impararne l’uso, senza dover correggere il risultato, conviene riportare i coseni in seni prima di fare il monitoraggio e insieme, proprio per il modo con cui misuriamo gli angoli (in senso antiorario dall’asse x positivo), sarebbe opportuno cambiare anche segno alle fasi negative aggiungendo  $360^\circ$ . Alcuni testi riportano per il calcolo delle fasi  $\varphi_k = \text{ArcTan}[-b_k/a_k]$ ; è un modo di costringere questo strumento di analisi armonica a “cercare” nei dati proprio i coseni, facile da controllare col programma, cambiando l’espressione della fase.

3 – Il programma scritto in Matematica di Wolfram, che supporta una notevole precisione di calcolo, è proposto per un uso dinamico e interattivo, in maniera da servire come strumento di lavoro ed apprendimento. Si forniscono vari vettori di dati di esempio. Molti di tali dati sono simulati a partire da combinazioni lineari di funzioni del seno conosciute, talora aggiungendo componenti casuali e trends. Dai risultati possiamo capire come opera il programma, come si debbano leggere i grafici, in particolare i periodogrammi e spettrogrammi, e in definitiva come testare la potenza di questo metodo ed acquisirne i concetti basilari. Per rendere attivo o meno un vettore dati basta eliminare agli estremi le virgolette o inserirle. Il vettore dati può essere una serie di valori direttamente immessa, ovvero immessa tramite il comando Table che ha come argomento la combinazione di funzioni scelte, dalla quale combinazione appunto estrae i dati simulati. Il programma, nel listato del quale appaiono precisi remarks ad ogni fase di lavoro, calcola tutti i coefficienti di Fourier per le k frequenze, ampiezze e fasi ( $k_{\max}=n/2-1$  per n pari, altrimenti  $(n-1)/2$ ), disegnando per quest’ultime i rispettivi grafici. Se sottoponiamo al programma il vettore di 10 dati dell’esempio precedente, si ricercano  $n/2-1$  armoniche e se ne trovano due ( $k=1$  e  $k=2$ ) con i relativi 5 coefficienti con i quali è possibile controllare il conto (vedere anche ESEMPIO N.0 nel programma). Segue una descrizione sintetica degli esempi più rilevanti proposti e un breve commento sui risultati ottenuti. Precisi remarks nel programma guideranno le modifiche da apportare per ogni esempio.

In generale negli esempi si confrontano, tramite i grafici ygf e ygf1, i vettori originali (yg1) con gli stessi ricostituiti dopo applicato Fourier (vettore v). Ovvero si confrontano i dati iniziali detrendizzati (yg2) con gli stessi dopo applicato Fourier (v), tramite gli stessi grafici. Questo confronto con il calcolo dell’Errore Standard controlla che il conto sia andato a buon fine (ESS vicino a zero). Nell’esempio sui dati reali si confrontano invece la combinazione delle armoniche rilevanti (yg3), insieme o no all’eventuale trend (yg4) - individuati in una prova preventiva su una serie storica - e il vettore ricostituito (v) dopo aver applicato Fourier sui dati detrendizzati (yg2) o no (yg1), rispettivamente. Si propone un programma portante di base con possibilità di creare varianti funzionali ai diversi esempi. Per far questo si suggeriscono nei diversi casi interventi dell’utente in segmenti “caldi” evidenziati nel programma, che sono nell’ordine:

- SEGMENTO DELLE REGRESSIONI (lineare o parabolica). Permette l’eventuale detrendizzazione dei dati yg1, mentre il vettore detrendizzato va in yg2.
- SEGMENTO DELLE ARMONICHE RILEVANTI. Una volta individuate, in un vettore dati yg1 o yg2 sottoposti a Fourier ( $yt=yg1$  o  $yg2$  nel SEGMENTO SCELTA PER FOURIER), armoniche rilevanti in un precedente utilizzo del programma, si trascrivono in questo settore del programma e si sommano nel vettore yg3, utilizzabile in un’analisi successiva.