Se n è pari, kmax = n/2-1 (17). Così se n = 10, Kmax=4 e il numero coeff. è n-1 (5 per a_k e 4 per b_k); vedere pag.403, Makridakis, opera citata nel paragrafo seguente.

I PROGRAMMI SCRITTI PER L'ANALISI ARMONICA

Un esplicito diagramma di flusso ed una efficiente procedura per determinare i coefficienti di Fourier ak e bk e per la loro conversione in ampiezze e fasi per ciascuna frequenza k, sono riportati nel libro "Mathematical Methods for Digital Computers", Vol. 1°, J. Wiley & Sons,, nell'art. "Fourier Analysis", scritto da Goertzel, 1960. In Makridakis et al., "Forecasting", seconda ed., Wiley & Sons, 1983, lo stesso autore Makridakis scrive, sempre per questo scopo, un sintetico programma in Basic, Appendix 8-B, utilizzato, insieme agli esercizi ivi svolti, per controllare i nostri risultati. Anche lo scrivente si cimenta, ma solo "da amatore", proponendo un programma scritto nel linguaggio di Mathematica di Wolfram ed uno in Qbasic, ambedue affidabili, i cui listati, scritti in word 2000, vengono allegati. Per ottenere le versioni girabili, usate nella risoluzione degli esempi, è necessario riscriverli, magari senza remarks, all'interno degli stessi linguaggi (vers. 4.1 o 4.2 di Mathematica o Qbasic allegato a WINDOWS). Il primo, oltre ai parametri per ogni armonica (ak, bk, ampiezza, fase), fa il grafico dei dati, i grafici di confronto, due grafici dell'ampiezza e quello della fase, tutti molto accurati. Su questi programmi e sul loro uso sono da fare alcune considerazioni e precisazioni.

1 – Una precisazione specifica, a mio avviso rilevante, va fatta sull'uso dell'arcotangente nei programmi, anche perché questi articoli sono rivolti ad insegnanti di Scienze in generale e comunque un insegnamento a "spirale" serve sempre. Per il calcolo delle fasi fk delle armoniche è necessario appunto applicare l'arcotangente al rapporto fra i coefficienti ak e bk di Fourier. L'ArcTan opera sulla tangente di un certo angolo α e dovrebbe riportare a video l'angolo di partenza; in effetti, salvo per alcuni linguaggi con due funzioni ArcTan, una delle quali darebbe il giusto risultato, appare in generale un angolo compreso fra –Pi/2 e +Pi/2 (Pi = π, nel linguaggio di Mathematica). Salvo il caso in cui α alla partenza cade nel 1° quadrante, sul risultato dell'ArcTan in generale devo operare alcune correzioni memorizzate nei programmi proposti che vale la pena ricordare. Vediamo come.
Se α alla partenza cadeva nel 2° quadrante (da 90° a 180°), es.97° = 1.69297 rad, la tangente (-8.14435) è negativa (sen + e cos -), l'ArcTan lo riporta nel 4° quadrante fra –Pi/2 e 0 (-83°= -1.44862 rad), per cui dovrò aggiungere 180° per avere il valore di partenza nel 2° quadrante (-83+180=97°).
Se alfa alla partenza era nel 3° quadrante (da 180°a 270°), es. 187°=3.26377 rad, la tangente (.122785) è positiva (sen – e cos -), l'ArcTan lo riporta fra 0 e Pi/2 nel 1° quadrante (7°=.122173 rad), dovrò così aggiungere ancora 180° per riportarlo al quadrante di origine, nel 3°.
Se α era nel 4°, es. 280°=4.88692 rad con tangente (-5.67128) negativa (sen -, cos +), l'ArcTan riporta un valore fra –Pi/2 e 0 (-80°= -1.39626 rad); dovrò aggiungere 360 per avere i 280° di partenza. Precisiamo infine i seguenti casi particolari. Se la tangente è zero (angolo di partenza 0 o 180°, seno=0 e coseno$\neq$0 imponiamo che l'ArcTan sia zero. Se l'angolo di partenza è 90 ovvero 270° (seno +1 o –1 e coseno 0), imponiamo che l'ArcTan sia rispettivamente 90° o –90° (-90+360). Se infine ak=0 e bk=0, caso frequente nell'analisi di Fourier quando certe armoniche sono assenti nei dati, imponiamo che ArcTan sia 0°.

2 – Il programma e l'algoritmo così come sono presentati 'sentono' bene le sinusoidi nei dati, riportando per esse perfettamente i valori non solo dei coefficienti e delle ampiezze, ma anche delle