Usando Kramer, è immediato il calcolo dei 6 determinanti con una matrice diagonale, per cui si forniscono direttamente le soluzioni: $a_0 = \Sigma Y_t /n$; $a_1 = 2/n\ \Sigma Y_t X_{2t}$; $a_2 = 2/n\ \Sigma Y_t X_{4t}$; $b_1 = 2/n\ \Sigma Y_t X_{3t}$; $b_2 = 2/n\ \Sigma Y_t X_5$
Come si vede queste soluzioni possono essere riassunte con le relazioni ak e bk della **[1]**.
Se si tratta quindi di un polinomio trigonometrico in cui il k nell'argomento delle funzioni [k/n t 2 Pi] varia da 1 fino ad n/2 al massimo, la stima dei coefficienti con i minimi quadrati è particolarmente semplice. Infatti l'annullamento o l'immediata valutazione delle sommatorie (vedere nota 9) rende la matrice dei coefficienti diagonale. Osservando il sistema precedente è anche facile memorizzare la sua estensione fino ad n/2.

(11) – Le varie frequenze di Fourier sono prese in maniera tale che la lunghezza della serie contenga un numero intero di cicli per ciascuna frequenza. Così il periodo più piccolo (numero cicli massimo) può coprire 2 intervalli (3 punti dati). Se n, numero dati, è dispari, il numero intervalli è n-1 (n=11; ni=10) e quindi il numero di cicli max in n dati è (n-1)/2 (ogni due intervalli un ciclo: 5). Se n è pari il numero di intervalli è n-1 (n=10; ni= 9) e la frequenza max è n/2-1 (cioè 4)

(12)– Si voglia "costruire" il dato sperimentale, fra n dati, letto all'istante per es. 7 con le kmax armoniche. Partendo da un'armonica, per es. la terza, controlliamo dove si trova, nelle sue oscillazioni (tre cicli in n dati), al momento dell'osservazione 7. Calcoliamo i valori delle funzioni seno e coseno, di argomento [(3/n 7) 2 Pi], in quel punto. Moltiplichiamo questi valori per i coefficienti trovati alla frequenza scelta. Si ripeta tutto per ciascuna frequenza di Fourier e si sommino i risultati aggiungendo la media dati.

(13)– T. Salvemini et al "Lezioni di Statistica" Cacucci editore-Bari, cap.16, 1987; R. Shiffler et al "Introductory business statistics with microcomputer applications", Chapman & Hall, cap. 18, 1994; C. Chatfield "The analysis of Time Series, an introduction", Chapman & Hall, 1991.

```
I listati che seguono sono scritti in Word 2000; per vederli funzionare vanno
riscritti all'interno del prog. di Mathematica vers. 4.1 o superiore e del
Qbasic.

PROGRAMMA N.1

"ANALISI ARMONICA DI FOURIER DI DATI STORICI SPERIMENTALI CON MATHEMATICA"

"Si forniscono diversi vettori di dati sperimentali di esempio immessi
direttamente o tramite Table; per renderli attivi o disattivarli basta eliminare
o aggiungere rispettivamente agli  estremi le virgolette. Se l'analisi diventa
più complessa rispetto ad una ricerca di armoniche di Fourier a confronto con la
serie iniziale, si può utilizzare il SEGMENTO DELLE REGRESSIONI (lineare o
quadratica) per ottenere il vettore detrendizzato yg2 ed il SEGMENTO DELLE
ARMONICHE RILEVANTI (yg3 o yg4) individuate in una prova recedente. Abbiamo da
sostituire il nome di qualche vettore e aprire o chiudere (cancellando o
inserendo virgolette) istruzioni nei diversi sementi del programma secondo ciò
che vogliamo fare. In yg1 c'è il vettore dati iniziale. In yg2 c'è il vettore
detrendizzato, In yg3, quello delle armoniche rilevanti, In v, il vettore di
Fourier fornito dall'analisi. Altri segmenti su cui intervenire in successione:
IL SEGMENTO DEL GRAFICO ygf dove va inserita la variabile (ygi, per i= 1,2,3,4)
da confrontare con Fourier (v); il SEGMENTO DI GESTIONE DEL NUMERO m DI
ARMONICHE; IL SEGMENTO DI SCELTA VARIABILI DA SOTTOPORRE A FOURIER (ygi); il
segmento per cambiare la variabile di confronto con v nell'espressione
dell'ERRORE STANDARD DELLA STIMA. In ogni esempio si accenna alle modifiche
specifiche da apportare ai diversi segmenti nelle diverse prove";
"I sei esempi che seguono servono ad imparare a leggere un periodogramma e a
vedere la potenza e l'affidabilità di questo metodo";

"ESEMPIO N.0"
"Esempio illustrativo riportato alle pagine 3-4 dell'art.: imporre il numero m=1
oppure m=2 nel segmento relativo e confrontare il grafico ygf che gestisce la
variabile yg1 dei dati seguenti (porre yg1 nell'espressione del grafico nel
segmento relativo), con quello di v (ygf1) ottenuto applicando Fourier sullo
stesso yg1 iniziale (yt=yg1 nel segmento scelta vettori per Fourier) con m=1 0
m=2: controllare infine i risultati con i risultati del testo. Gli stessi
risultati si ottengono facendo calcolare a Fourier tutte le armoniche possibili
(calcolo automatico del numero di armoniche)"
```