c – Sin[pωt] Sin[qωt] = 1/2 [Cos(pωt - qωt) - Cos(pωt + qωt)]
d – Cos[pωt] Cos[qωt] = 1/2 [Cos(pωt + qωt) + Cos(pωt - qωt)]
Integrando le uguaglianze fra 0 e T=periodo: se $p \neq q$, il risultato è sempre zero;
se p=q, la **a** e la **b** sono sempre zero.
se p=q, la **c** è n/2, a meno che p=q=n/2, allora è 0;
se p=q, la **d** è n/2, a meno che p=q=n/2, allora è n.

(10) – Damodar N. Gujarati " Basic Econometrics", 2ª ed., 1988, McGRAW-HILL, cap. 9, pag.252

Nel caso generale in cui si volessero fittare ai dati più funzioni del seno con frequenze diverse e conosciute, per ognuna si dovrebbero calcolare i coefficienti a e b. I processi per il calcolo dei coefficienti di regressioni sono in generale piuttosto faticosi anche per persone allenate e densi di sottigliezze. E' utile allora affidare anche alla memoria, come accade spesso in matematica e fisica, aspetti cruciali del processo argomentativo e/o di calcolo da riprendere a "spirale" approfondendo e precisando in tempi successivi, per cercare di tradurre in "biologia" (Edelman) il pezzo di conoscenza. Così, nel caso generale è facile ricordare e scrivere direttamente le equazioni necessarie a mettere in atto qualsiasi regressione polinomiale, lineare nei coefficienti a partire dall'espressione iniziale: $\mathbf{Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \ldots \beta_k X_{kt}}$ dove, nella fattispecie, β_1 è la costante incognita a_0; $\beta_2 = a_1$; $\beta_3 = b_1$; $\beta_4 = a_2$; $\beta_5 = b_2$; $\beta_6 = a_3$ ecc. e per t=1: $X_{21} = Cos[1/n\ 2\pi]$; $X_{31} = Sin[1/n\ 2\pi]$; $X_{41} = Cos[2/n\ 2\pi]$; $X_{51} = Sen[2/n\ 2\ \pi]$; $X_{61} = Cos[3/n\ 2\pi]$ e così via per le k frequenze e questo per ogni t.

La 1° equazione si ottiene sommando ogni termine di ambedue i membri su n.

$\Sigma Y_t = n\ \beta_1 + \beta_2\ \Sigma X_{2t} + \ldots\ \beta_k\ \Sigma X_{kt}$

La 2° equazione si ottiene moltiplicando ambedue i membri per X_{2t} e poi sommando su n.

$\Sigma Y_t X_{2t} = \beta_1\ \Sigma X_{2t} + \beta_2\ \Sigma X_{2t}^2 + \beta_3\ \Sigma X_{2t} X_{3t} + \ldots \beta_k\ \Sigma X_{2t} X_{kt}$

La 3° equazione si ottiene moltiplicando ambedue i membri per X_{3t} e passando alla sommatoria

$\Sigma Y_t X_{3t} = \beta_1\ \Sigma X_{3t} + \beta_2\ \Sigma X_{2t} X_{3t} + \ldots\ldots \beta_k\ \Sigma X_{3t} X_{kt}$; e così via fino a $\Sigma Y_t X_{kt}$

Sarà immediato scrivere le due equazioni di una regressione lineare o le tre di una quadratica o cose più complesse. Nel caso di un 'fitting' con la retta $Y_t = a_0 + a_1 X_{2t}$, le due equazioni per il calcolo dei coefficienti sarebbero: $\mathbf{\Sigma Y_t = n\ a_0 + a_1\ \Sigma X_{2t}}$ e $\mathbf{\Sigma Y_t X_{2t} = a_0\ \Sigma X_{2t} + a_1\ \Sigma X_{2t}^2}$. Con Kramer; $\mathbf{B_1 = a_1 = (n^* \Sigma Y_t X_{2t} - \Sigma X_{2t} \Sigma Y_t) / (n^* \Sigma X_{2t}^2 - (\Sigma X_{2t})^2)}$ e $\mathbf{B_0 = a_0 = \Sigma Y_t / n - B_1 \Sigma X_{2t} / n}$, usate dal programma nel pezzo "Un secondo modo di trovare B0 e B1" In Mathematica si avrebbero immediatamente i due coefficienti con la linea di programma Fit[Yt, {1, X}, X] e i tre con Fit[Yt, {1, X , X^2}, X], dove Yt è il vettore dei dati, istruzioni che possono servire per eliminare per es. un trend dai dati prima di applicare Fourier (vedere dopo). Il lettore interessato può controllare.

Applicando la regola all'eq. $\mathbf{Y_t = a_0 + a_1\ X_{2t} + b_1\ X_{3t} + a_2\ X_{4t} + b_2\ X_{5t}}$ dove, nella fattispecie, $X_{2t} = Cos[(1/10\ t)\ 2\pi]$, $X_{3t} = Sin[(1/10\ t)\ 2\pi)]$, $X_{4t} = Cos[(2/10\ t)\ 2\pi)]$, $X_{5t} = Sin[(2/10\ t)\ 2\pi)]$, si ha la prima eq. sommando su t:
$\Sigma Y_t = a_0 n + a_1\ \Sigma X_{2t} + b_1\ \Sigma X_{3t} + a_2\ \Sigma X_{4t} + b_2\ \Sigma X_{5t}$; per la seconda eq. si moltiplica per X_{2t} e si somma su t
$\Sigma Y_t X_{2t} = a_0\ \Sigma X_{2t} + a_1\ \Sigma X_{2t}^2 + b_1\ \Sigma\ X_{2t} X_{3t} + a_2\ \Sigma\ X_{2t} X_{4t} + b_2\ \Sigma\ X_{2t} X_{5t}$; per la 3ª e la 4ª si moltiplica per X_{3t} e X_{4t} rispettivamente, sommando poi su t ....
Per la 5ª si moltiplica per X_{5t}, passando poi alla sommatoria:
$\Sigma Y_t X_{5t} = a_0 \Sigma X_{5t} + a_1\ \Sigma X_{5t} X_{2t} + b_1\ \Sigma\ X_{5t} X_{3t} + a_2\ \Sigma\ X_{5t} X_{4t} + b_2\ \Sigma\ X_{5t}^2$

Guardiamo di eliminare le sommatorie uguali a zero e sostituire le altre con simboli più semplici (9).
Per p=1 e q=2: $\Sigma\ X_{2t} X_{4t} \rightarrow \Sigma Cos[p\omega t]\ Cos[q\omega t] = 0$; $\Sigma\ X_{3t} X_{4t} \rightarrow \Sigma Sin[p\omega t]\ Cos[q\omega t] = 0$; $\Sigma\ X_{2t} X_{5t} \rightarrow \Sigma Cos[p\omega t]\ Sin[q\omega t] = 0$; $\Sigma\ X_{3t} X_{5t} \rightarrow \Sigma Sin[p\omega t]\ Sin[q\omega t] = 0$.
Mentre ΣX_{it}^2 per i = 2, 3, 4, 5 sono tutte uguali a n/2 (es., $\Sigma X_{2t}^2 = \Sigma Cos[p\omega t]\ Cos[q\omega t]$ ecc. per p=q)
Il sistema, con le sostituzioni opportune delle sommatorie, si scriverà:

$$\begin{vmatrix} n & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & n/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & n/2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a0 \\ a1 \\ b1 \\ a2 \\ b2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \Sigma Y_t \\ \Sigma Y_t X_{2t} \\ \Sigma Y_t X_{3t} \\ \Sigma Y_t X_{4t} \\ \Sigma Y_t X_{5t} \end{vmatrix}$$